

## Zur Theorie der Kernspaltung

Von W. BRUNNER und H. PAUL

Kernphysikalisches Institut der DAdW zu Berlin, Zeuthen  
(Z. Naturforschg. 15 a, 1018—1019 [1960]; eingegangen am 21. Juli 1960)

In der Theorie der Kernreaktionen ist es üblich, die Wechselwirkung zwischen Kernen durch Kernkräfte für Kernabstände, die größer als der Kanalradius sind, zu vernachlässigen. Auf die Kernspaltung angewandt bedeutet dies die Vorstellung, daß zwischen den Spaltungsfragmenten nur COULOMB-Kräfte wirksam sind. Im Hinblick auf den unbefriedigenden Charakter der bisherigen Theorien zur Kernspaltung erscheint es uns dagegen lohnend, gerade einmal den Einfluß der Kernkräfte, die zwischen den Spaltungsfragmenten auch noch nach deren Trennung wirksam sind, auf die Kernspaltung zu untersuchen. Wir spezialisieren uns dabei auf die Spaltung von  $U^{235}$  durch thermische Neutronen.

Für die potentielle Energie  $V_K$  der beiden Bruchstücke, die von der Wirkung der Kernkräfte herrührt, machen wir den Ansatz

$$V_K = -V_K^0 e^{-\mu(s-R)} \quad \left( \mu = \frac{M c}{\hbar} \right). \quad (1)$$

Hier ist  $M$  die Masse des  $\pi$ -Mesons,  $s$  der Schwerpunktsabstand der beiden Fragmente und  $R$  hat den Wert  $14 \cdot 10^{-13}$  cm. ( $R$  ist größenordnungsmäßig der Wert von  $s$  „im Augenblick“ der Trennung der beiden Bruchstücke, wenn diese als Kugeln approximiert werden; in die folgenden Überlegungen geht aber die Gestalt der Fragmente nicht ein, und wir lassen die Frage der Form der Bruchstücke zunächst offen.)

Die Tiefe  $V_K^0$  des Kernkraftpotentials werden wir im folgenden — in Abhängigkeit vom Massenverhältnis  $m = A_S : A_L$  ( $A_S$  und  $A_L$  Atomgewicht des schweren bzw. leichten Fragments) — so bestimmen, daß die experimentelle Massenverteilung reproduziert wird. Die beim Auseinanderlaufen der beiden Bruchstücke zu durchdringende Potentialschwelle  $V$  setzt sich aus  $V_K$  und dem COULOMB-Potential zusammen:

$$V = -V_K^0 e^{-\mu(s-R)} + \frac{Z_1 Z_2 e^2}{s}. \quad (2)$$

Die Kernladungszahlen  $Z_1$  und  $Z_2$  ermitteln wir aus der Forderung der maximalen Energiefreisetzung, die praktisch gleich der Forderung der „ungeänderten Verteilung“  $Z_1 : Z_2 = A_1 : A_2$  ist. Die Durchdringungswahrscheinlichkeit der Schwelle (2) ist in der WBK-Näherung durch

$$W = \text{const} \cdot \exp \left\{ -\frac{2\sqrt{2}\nu}{\hbar} \int_{s_1}^{s_2} \sqrt{V - \varepsilon} ds \right\} \quad (3)$$

gegeben. Dabei ist  $\nu$  die reduzierte Masse und  $\varepsilon$  die Energie (ohne Berücksichtigung der Anregungsenergie

der Bruchstücke!) des Zweiteilchensystems der beiden Fragmente.

Wir identifizieren  $W$  mit der relativen Spaltungswahrscheinlichkeit, d. h. wir setzen den statistischen Faktor der FONG-NEWTONSchen Theorie<sup>1,2</sup> gleich einer Konstanten, was mit der Vorstellung (s. z. B. BIGHAM<sup>3</sup> und ALMQVIST<sup>4</sup>) übereinstimmt, daß beim Spaltungsprozeß nur sehr wenige Ausgangskanäle vorhanden sind. Da sich die Energie des Zweiteilchensystems bei unendlicher Trennung der Bruchstücke völlig in kinetische Energie umsetzt, ist  $\varepsilon$  der mittleren kinetischen Energie  $T$  der Fragmente gleichzusetzen, und Gl. (3) erlaubt die Berechnung von  $V_K^0$  aus den Daten der Spaltungswahrscheinlichkeit und den experimentellen  $T$ -Werten.

Unter Zugrundelegung von Werten für die kinetische Energie, die mit den Messungen von BRUNTON und HANNA<sup>5</sup> einerseits und von STEIN<sup>6</sup> andererseits verträglich sind, ergibt sich genähert die in Abb. 1 dargestellte Abhängigkeit von  $V_K^0$  vom Massenverhältnis  $m$ . Die Kurve weist ein charakteristisches Minimum für  $m = 1,3$  auf. Dieser Wert ist durch das Auftreten der magischen Neutronenzahl  $N = 82$  und der magischen Protonenzahl  $Z = 50$  bei einem der beiden Bruchstücke ausgezeichnet. Die Stärke der Kernkraftwechselwirkung (bei festem  $s$ ) erweist sich somit als abhängig von der Schalenstruktur der Fragmente.

Wir versuchen eine Erklärung dieses Sachverhalts durch die Vorstellung einer schalenstrukturabhängigen Deformation der Bruchstücke „im Augenblick“ ihrer Trennung zu geben, die durch die experimentellen Daten der Deformation für den Grundzustand der Kerne nahegelegt wird. Wir beschreiben die Deformation des Bruchstückes  $i$  in der üblichen Weise in der einfachsten Näherung durch die folgende Gleichung für den Kernradius

$$R_i(\vartheta) = R_i^0 \{ 1 + \alpha_i P_2(\cos \vartheta) \} \quad (i = 1, 2), \quad (4)$$

wobei wir annehmen, daß beide Bruchstücke eine Dehnung in Richtung der Verbindungslinie ihrer Schwerpunkte erfahren, d. h.  $\vartheta$  wird von der durch den vektoriellen Schwerpunktsabstand definierten Richtung aus gezählt.

Wir berechnen das Kernkraftpotential

$$V_K(\alpha_1, \alpha_2; s) = -V_K^0(\alpha_1, \alpha_2) \cdot e^{-\mu(s-R)}$$

für zwei deformierte Kerne in einer ersten Näherung dadurch, daß wir es dem Potential zweier Kugeln gleichsetzen, deren Schwerpunktsabstand  $s$  gegenüber dem  $s$ -Wert der deformierten Kerne um den Betrag  $\alpha_1 R_1^0 + \alpha_2 R_2^0$  verkleinert ist. Das bedeutet

$$V_K^0(\alpha_1, \alpha_2) = V_K^0(0, 0) e^{\mu(\alpha_1 R_1^0 + \alpha_2 R_2^0)}. \quad (5)$$

Hierbei kann  $V_K^0(0, 0)$ , wie eine Abschätzung zeigt, genähert als  $m$ -unabhängig angesehen werden. Die Werte der Deformationsparameter  $\alpha_i$  werden semiempi-

<sup>1</sup> P. FONG, Phys. Rev. **102**, 434 [1956].

<sup>2</sup> T. D. NEWTON, Chalk River report CRP-642-A, 307.

<sup>3</sup> C. B. BIGHAM, Chalk River report CRP-642-A, 111.

<sup>4</sup> E. ALMQVIST, Chalk River report CRP-642-A, 142.

<sup>5</sup> D. C. BRUNTON u. G. C. HANNA, Can. J. Research A **28**, 190 [1950].

<sup>6</sup> W. E. STEIN, Phys. Rev. **108**, 94 [1957].



risch aus den Daten der mittleren kinetischen Energie  $T$  bestimmt: Mittels der FONGSchen<sup>1</sup> halbempirischen Formel für die Massen der primären Spaltprodukte wird aus  $T$  die gesamte Anregungsenergie  $E$  der beiden Bruchstücke berechnet, die wir (im Rahmen des einfachen Tröpfchenmodells) mit der Deformationsenergie der Bruchstücke identifizieren. Wir nehmen an, daß  $E$  im Verhältnis der Massen auf die beiden Bruchstücke aufgeteilt ist, und berechnen nach BOHR und WHEELER<sup>7</sup> in quadratischer Näherung aus der Deformationsenergie den Wert des Deformationsparameters  $\alpha$ . Dabei berücksichtigen wir außerdem die durch neuere Untersuchungen im Rahmen des Kollektivmodells (s. z. B. ALDER<sup>8</sup> et al.) gefundene Abhängigkeit der Oberflächenspannung  $\sigma$  von der Nukleonkonfiguration (Anstieg von  $\sigma$  auf etwa den 4-fachen Wert bei magischen Neutronenzahlen).

Das Ergebnis ist aus der Kurve a der Abb. 2 ersichtlich, die  $\alpha^2$  als Funktion der Neutronenzahl des Bruchstückes darstellt. Die darin zum Ausdruck kommende Tendenz zur Deformation stimmt mit derjenigen überein, die aus den (in der Abb. ebenfalls wiedergegebenen) experimentellen Werten der Deformationsparameter für den Grundzustand erkennbar ist. Charakteristisch für den Verlauf der Kurve sind die ausgeprägten Minima bei den magischen Neutronenzahlen  $N=50$  und  $N=82$ . In der Abb. 2 wurden weiterhin die  $\alpha^2$ -Werte eingezeichnet (Kurve b), die (unter Berücksichtigung der Forderung, daß sich die Deformationsenergien der

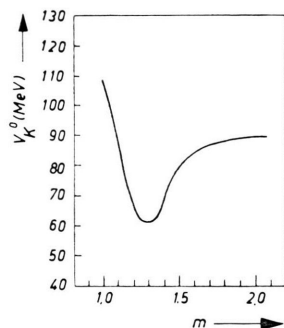


Abb. 1. Tiefe  $V_K^0$  des Kernkraftpotentials als Funktion des Massenverhältnisses  $m$ .

<sup>7</sup> N. BOHR u. J. WHEELER, Phys. Rev. **56**, 426 [1939].

<sup>8</sup> K. ALDER, A. BOHR, T. HUUS, B. MOTTELSON u. A. WINNER, Rev. Mod. Phys. **28**, 432 [1956].

<sup>9</sup> A. N. PROTOPOV, I. A. BARANOV, JU. A. SELIZKIJ u. W. P. EJS-MONT, Sh. exp. teor. Fis. **36**, 1932 [1959].

## Bemerkung über die Transporteigenschaften reiner geschmolzener Nitrate

VON ARNOLD LUNDÉN

Physikalisches Institut der Chalmers Technischen Hochschule, Göteborg

(Z. Naturforsch. **15 a**, 1019–1022 [1960]; eingeg. am 2. September 1960)

Ausgehend von einer allgemeinen Phänomenologie der Transporteigenschaften leitfähiger Schmelzen hat

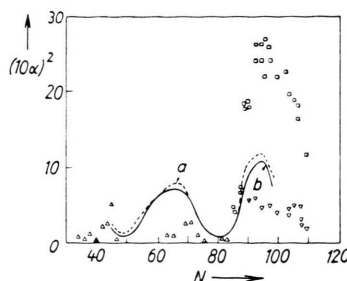


Abb. 2. Deformation in Abhängigkeit von der Neutronenzahl  $N$ . Kurve a: Semiempirisch aus  $T$  erhaltene Werte  $\alpha^2$ . Kurve b: Deformationswerte, die sich aus der  $V_K^0$ -Kurve der Abb. 1 ergeben. — Eingezeichnet sind Werte von  $\alpha^2$ , wie sie aus den Messungen ( $\nabla$  der reduzierten E2-Übergangswahrscheinlichkeit,  $\triangle$  des elektrischen Quadrupolmoments,  $\square$  des Trägheitsmoments) für die Deformation des Grundzustandes der Kerne folgen.

beiden Fragmente wie ihre Massen verhalten) aus der  $V_K^0$ -Kurve der Abb. 1 mittels Gl. (5) folgen, wenn man annimmt, daß die Variation der Tiefe des Kernkraftpotentials in Abb. 1 ein reiner Deformationseffekt ist, d. h. wenn man das  $V_K^0$  in Gl. (1) mit dem  $V_K^0(\alpha_1, \alpha_2)$  der Gl. (5) identifiziert.

Die befriedigende Übereinstimmung der beiden  $\alpha^2$ -Kurven zeigt, daß die Strukturabhängigkeit der Kernkraftwechselwirkung in der Tat durch die Strukturabhängigkeit der Deformation der Fragmente erklärt werden kann. Genauer gesagt, die Tendenz magischer Kerne, sich möglichst wenig zu deformieren, die ihrerseits letzten Endes durch die Abhängigkeit der Oberflächenspannung  $\sigma$  von der Nukleonkonfiguration bedingt ist, führt zu einer Verminderung der Stärke der Kernkraftwechselwirkung (für festes  $s$ ) beim Auftreten magischer Kerne, die wiederum — zusammen mit der experimentellen Verteilung der mittleren kinetischen Energie  $T$  — ein Verständnis der Massenasymmetrie erlaubt.

Eine ausführliche Darstellung der hier nur kurz mitgeteilten Überlegungen befindet sich in Vorbereitung in den Ann. der Phys. In einer weiteren Arbeit soll außerdem der Versuch unternommen werden, den im Verlauf der  $T$ -Kurve sich äußernden „magischen Effekt“ (Maxima) beim Auftreten magischer Spaltprodukte, vgl. auch PROTOPOV<sup>9</sup>) im Rahmen der entwickelten Vorstellungen (zumindest qualitativ) zu verstehen.

Herrn Prof. Dr. G. RICHTER danken wir sehr herzlich für wertvolle Diskussionen.

KLEMM<sup>1</sup> für  $\text{NaNO}_3$ ,  $\text{NaCl}$ ,  $\text{TlCl}$  und  $\text{PbCl}_2$  aus dem experimentellen Material (Diffusion, Leitfähigkeit, Zähigkeit und äußere Überführung) Reibungskoeffizienten und Elektrolysierbarkeiten für verschiedene einfache Modelle berechnet. Ähnliche Berechnungen hat auch LAITY durchgeführt<sup>2</sup>. Weitere Diffusionsmessungen an den Alkalinitraten (außer  $\text{RbNO}_3$ ) und an  $\text{AgNO}_3$  sind

<sup>1</sup> A. KLEMM, Z. Naturforsch. **15 a**, 173 [1960].

<sup>2</sup> R. W. LAITY, Ann. N. Y. Acad. Sci. **79**, 997 [1960].